

Nombre: Daniel Lara

Carnet: 0134024

Firma: Daniel Lara

**Instrucciones**

En las preguntas de selección rellene con un círculo la respuesta que usted considere correcta. Sólo una de las opciones es correcta. Una respuesta correcta vale + 2 puntos, una incorrecta resta 0,5 puntos y si una pregunta no se contesta su valor es **cero** (no hay penalidad).  
 El valor total de las preguntas de selección es de **20 puntos**.

Cuando lo necesite use como valor numérico para la aceleración de gravedad,  $g = 10 \text{ m/s}^2$

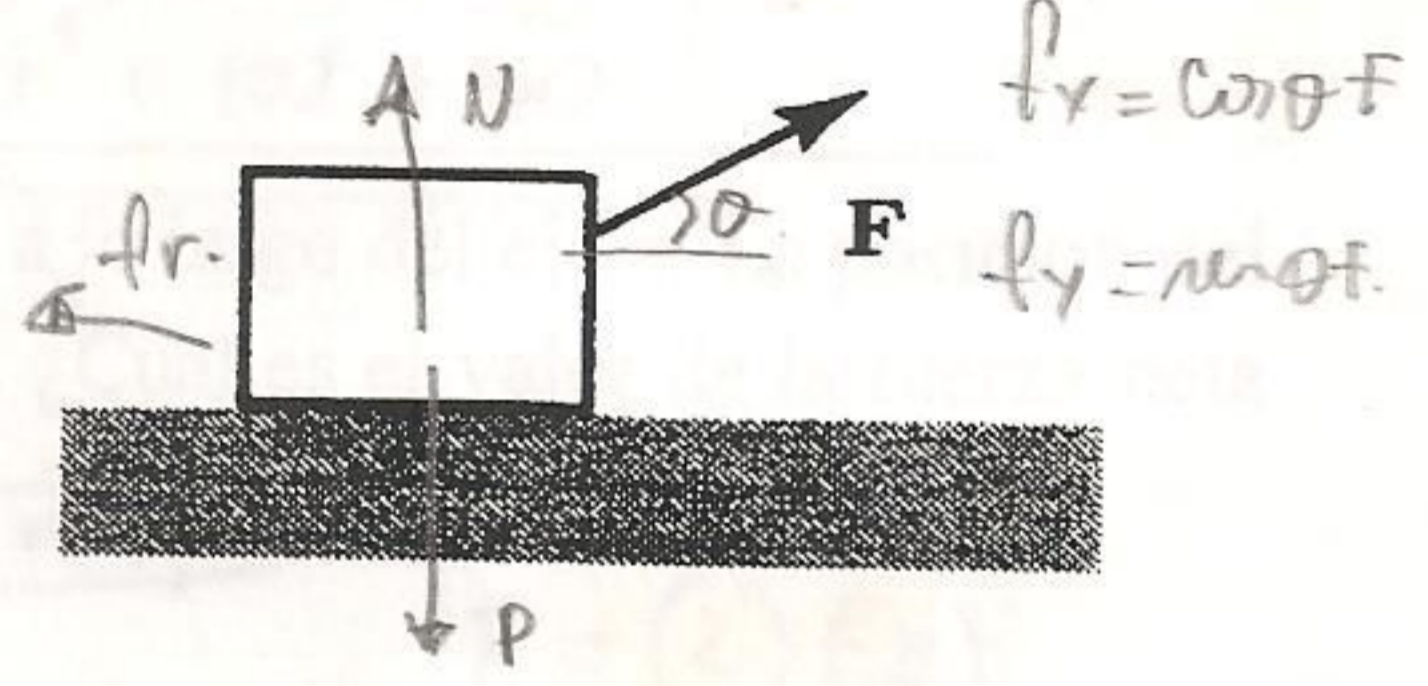
En este examen se usará, para los vectores unitarios cartesianos, la siguiente notación:

$$\mathbf{i} = \hat{i} = \hat{x} = \hat{u}_x ; \mathbf{j} = \hat{j} = \hat{y} = \hat{u}_y ; \mathbf{k} = \hat{k} = \hat{z} = \hat{u}_z$$

1.- Cierta bloque se mueve con velocidad constante sobre una superficie rugosa mientras una persona le aplica una fuerza  $F$  en la dirección indicada en el dibujo. Llamemos  $F$ ,  $P$ ,  $N$  y  $F_r$  a los módulos de  $F$ , el peso del bloque y las fuerzas normal y de roce con la superficie respectivamente. Se cumple que

- a)  $F < F_r$  y  $N < P$
- b)  $F > F_r$  y  $N < P$
- c)  $F > F_r$  y  $N = P$
- d)  $F = F_r$  y  $N = P$
- e) Ninguna de las anteriores

$f_x - f_r = 0$   
 $\cos \theta F = f_r$   
 $F > f_r$   
 $N + f_y - P = 0$   
 $N = P - \sin \theta F$   
 $P > N$



2.- Dados los vectores  $\vec{D} = 6\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$  y  $\vec{E} = 4\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}$ , ¿cuál de las siguientes cantidades es aproximadamente igual a la magnitud del vector  $\vec{F} = 2\vec{D} - \vec{E}$ ?

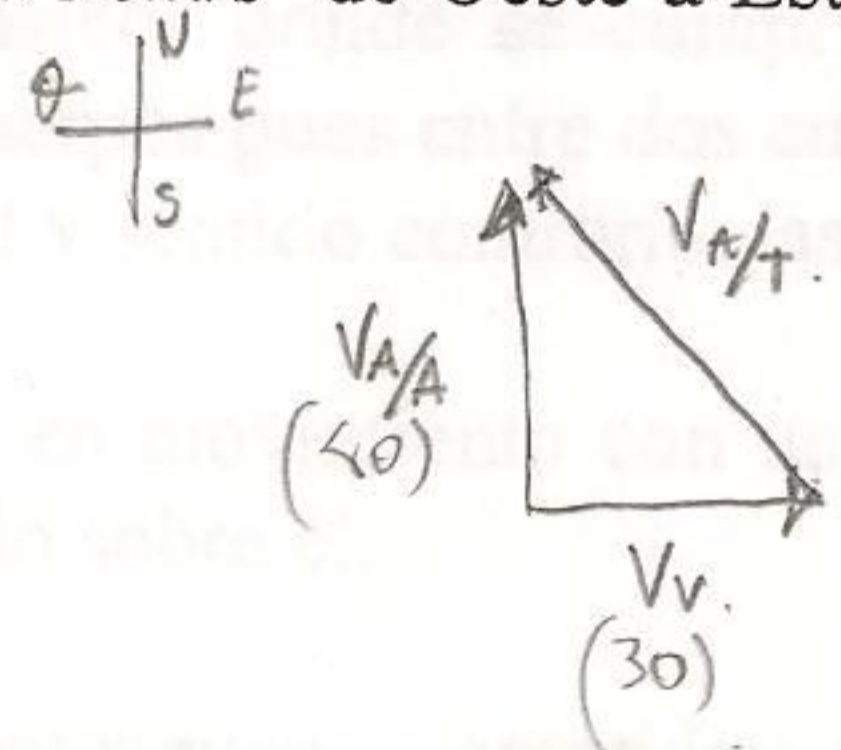
- a) 19
- b) 14
- c) 17
- d) 13
- e) 15

$2\vec{D} - \vec{E}$   
 $(12\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}) - (4\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}) =$   
 $\vec{F} = 8\hat{i} + 11\hat{j} - 10\hat{k}$

$|\vec{F}| = \sqrt{64 + 121 + 100} = \sqrt{285}$   
 $|\vec{F}| \approx 17$

3.- La brújula de un avión indica que va al Norte y su velocímetro indica que viaja a  $40 \text{ m/s}$  con respecto al aire. Si sopla un viento de  $30 \text{ m/s}$  de Oeste a Este, ¿cuál es la magnitud de la velocidad del avión relativa a tierra?

- a)  $10 \text{ m/s}$
- b)  $70 \text{ m/s}$
- c)  $30 \text{ m/s}$
- d)  $40 \text{ m/s}$
- e)  $50 \text{ m/s}$



$V_{A/T}^2 = V_{A/A}^2 + V_v^2$   
 $V_{A/T} = \sqrt{40^2 + 30^2}$   
 $V_{A/T} = 50$

$\begin{array}{r} 40 \\ 30 \\ \hline 50 \end{array}$   
 $\begin{array}{r} 50 \\ 30 \\ \hline 2500 \end{array}$   
 $\begin{array}{r} 1600 \\ 900 \\ \hline 2500 \end{array}$   
 $\begin{array}{r} 50 \\ 50 \\ \hline 2500 \end{array}$

Dados los vectores  $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$  y  $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$ , ¿cuál de las siguientes relaciones es correcta?

a)  $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_y + A_y B_z + A_z B_x$

b)  $\vec{A} \times \vec{B} = AB \text{sen} \varphi$ , donde  $\varphi$  es el menor ángulo entre  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$

c)  $\vec{A} \times \vec{B} = (A_x B_y - A_y B_x) \hat{i} + (A_y B_z - A_z B_y) \hat{j} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{k}$

d)  $\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k}$

e)  $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \text{sen} \varphi$ , donde  $\varphi$  es el menor ángulo entre  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} - (A_y B_z - A_z B_y) x \\ - (A_z B_x - A_x B_z) y \\ + (A_x B_y - A_y B_x) z \end{pmatrix}$$

5.- Un conductor conduce su carro por una autopista recta. En el instante  $t=0$  s, el conductor avanza a  $10$  m/s (en la dirección  $+x$ ) y está en la posición  $x=50$  m. Si la aceleración del carro viene dada por  $\vec{a} = (2\text{m/s}^2 - (0,1\text{m/s}^3)t)\hat{i}$ , ¿cuál de las siguientes expresiones representa la posición en función del tiempo,  $x(t)$ , del carro?

a)  $50\text{m} + (10\text{ m/s})t + (1\text{m/s}^2)t^2 - (5/3\text{ m/s}^3)t^3$

b)  $50\text{m} + (10\text{ m/s})t + (2\text{m/s}^2)t^2$

c)  $50\text{m} + (10\text{ m/s})t$

d)  $50\text{m} + (10\text{ m/s})t + (2\text{m/s}^2)t^2 - (0,1\text{m/s}^3)t^3$

→  e) Ninguna de las anteriores.

Integro  $a = 2 - 0,1t$   $C_1 = 10\text{ m/s}$

$$v = 2t - \frac{0,1}{2}t^2 + C_1$$

$$v = 2t - \frac{0,1}{2}t^2 + 10$$

$$s = t^2 - \frac{0,1}{6}t^3 + 10t + C_2$$

$$s = t^2 - \frac{0,1}{6}t^3 + 10t + 50$$

$C_2 = 50$   $g = \frac{1}{10}$   
 $\frac{1}{60}$

6.- Un objeto de masa  $2\text{kg}$  se mueve sin fricción sobre una superficie lisa a lo largo del eje  $x$ . La posición del objeto en función del tiempo viene dada por  $X(t) = (2\text{m/s}^2)t^2 - (1\text{m/s}^3)t^3$ . ¿Cuál es el valor de la fuerza neta  $F_x$  en el instante  $t = 2\text{s}$ ?

a)  $15\text{N}$

b)  $-10\text{N}$

c)  $-16\text{N}$

d)  $-14\text{N}$

e) Ninguna de las anteriores.

$$X(t) = 2t^2 - t^3$$

$$v(t) = 4t - 3t^2$$

$$a(t) = 4 - 6t$$

$$a(2) = 4 - 6(2) = -8\text{ m/s}^2$$

$\rightarrow \boxed{2\text{kg}}$   $f = m a$

$$F = (2)(-8)$$

$$F = -16\text{ N}$$

7.- Diga cuál de los siguientes planteamientos es correcto:

a) Si del techo de la cabina de un camión que se mueve en línea recta horizontalmente con aceleración constante se cuelga un hilo con una pelota atada a su extremo inferior, entonces el hilo va a formar un ángulo no nulo con la vertical.

b) Una nave espacial se mueve en el espacio exterior, lejos de cualquier cuerpo celeste. De repente sus motores dejan de funcionar por falta de combustible. Como consecuencia de esto, la nave se detiene.

c) En los sistemas físicos donde se cumple la tercera ley de Newton no puede existir movimiento acelerado de los cuerpos pues entre dos cuerpos cualesquiera siempre vamos a tener un par de fuerzas con igual magnitud y sentido contrario, las cuales van a anularse.

d) Si un cuerpo está en movimiento con un vector velocidad constante, entonces necesariamente una fuerza está actuando sobre él.

e) Ninguno de los planteamientos anteriores es correcto.

Un río tiene una corriente de  $0,30 \text{ m/s}$  respecto a tierra. Un estudiante nada a favor de la corriente una distancia de  $1,2 \text{ km}$  (respecto a la orilla del río) en  $20 \text{ min.}$  y luego regresa al punto de partida nadando contracorriente. ¿Cuánto tiempo tarda en el trayecto de regreso?

- a) 70 min
- b) 50 min
- c) 90 min
- d) 60 min
- e) 80 min

Handwritten calculations for the river problem:

$d = v \cdot t$

$1200 = (v + 0,30) \cdot 20 \text{ min}$

$1200 = v \cdot 20 + 20 \cdot 0,30$

$1200 - 20 \cdot 0,30 = v \cdot 20$

$1200 - 60 = 20v$

$1140 = 20v$

$57 = v$

$1200 = (v - 0,30) \cdot t$

$\frac{1200}{v - 0,30} = t$

$\frac{1200}{57 - 0,30} = t$

$\frac{1200}{56,7} = t$

$t = 50 \text{ min}$

Diagram showing a river with current velocity  $v$  and swimmer velocity  $u$ . Distance is  $1,2 \text{ km}$  (20 min).

Arithmetic:  $\frac{1200}{20} = 60$ ,  $\frac{1200}{50} = 24$ ,  $\frac{360}{40} = 9$ ,  $\frac{840}{1} = 840$ .

9.- Dos bolas de metal pesadas con pesos  $P_1$  y  $P_2 = 2P_1$  se dejan caer desde lo alto de un edificio. Llamemos  $t_1$  y  $t_2$  a los tiempos respectivos que tardan en caer. Si la resistencia del aire es despreciable se puede afirmar que:

- a)  $t_1 = t_2$
- b)  $t_1 = 2t_2$
- c)  $t_1 > t_2$  pero con  $t_1 \neq 2t_2$
- d)  $t_1 = t_2/2$
- e)  $t_1 - t_2$  depende del volumen de las bolas.

10.- Si un bloque desciende a velocidad constante por un plano inclinado con roce, ¿qué relación se debe cumplir entre el ángulo de inclinación  $\alpha$  del plano y los coeficientes de roce estático ( $\mu_s$ ) y dinámico ( $\mu_k$ ) entre el bloque y la superficie del plano?

- a)  $\tan \alpha < \mu_s$
- b)  $\mu_k < \tan \alpha < \mu_s$
- c)  $\tan \alpha = \mu_k$
- d)  $\tan \alpha > \mu_k$
- e) Ninguna de las anteriores

Handwritten physics equations:

$P_x - f_r = 0$

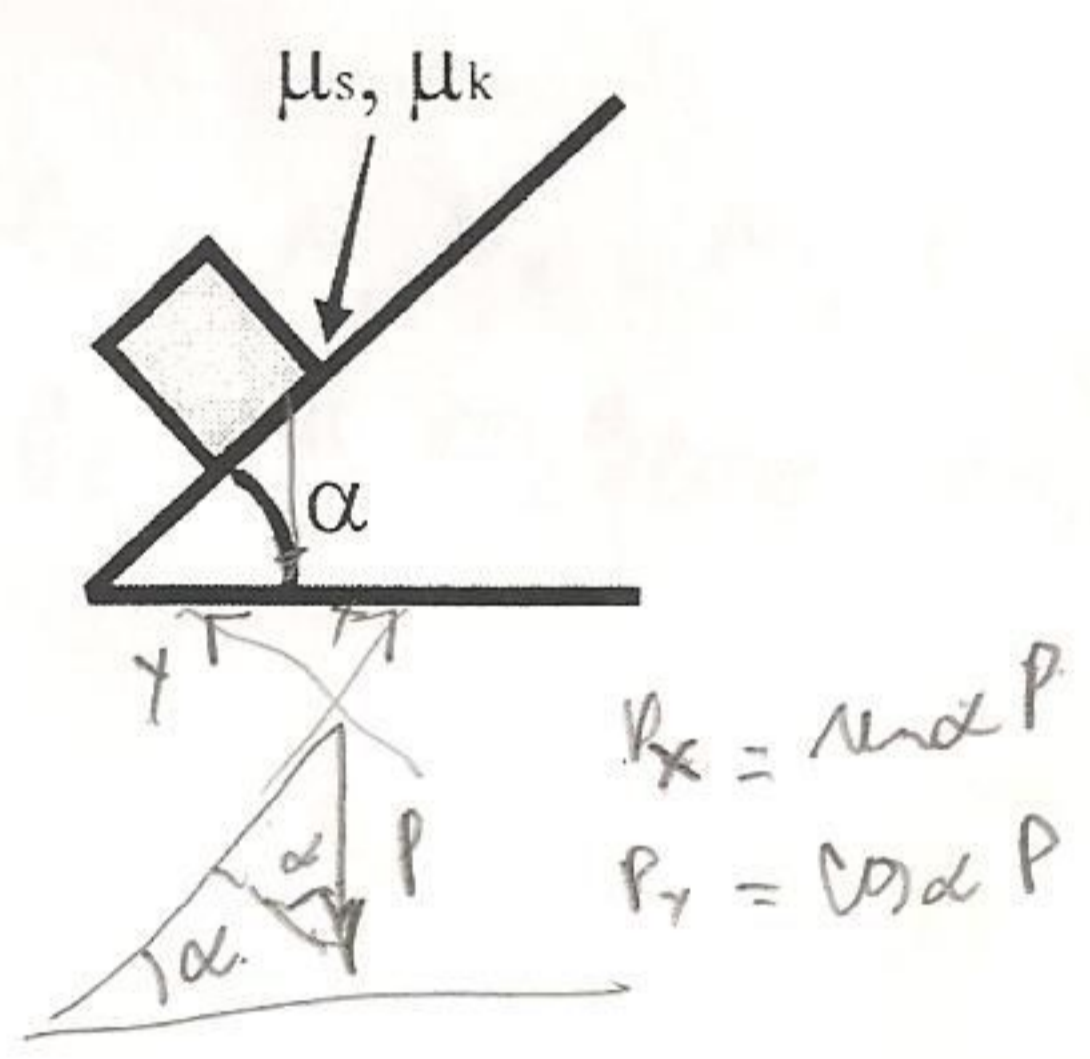
$\mu \sin \alpha P = f_r$

$\mu \sin \alpha P = \mu N$

$\frac{\mu \sin \alpha P}{\cos \alpha P} = \mu_k$

$\tan \alpha = \mu_k$

$N = P \cos \alpha$



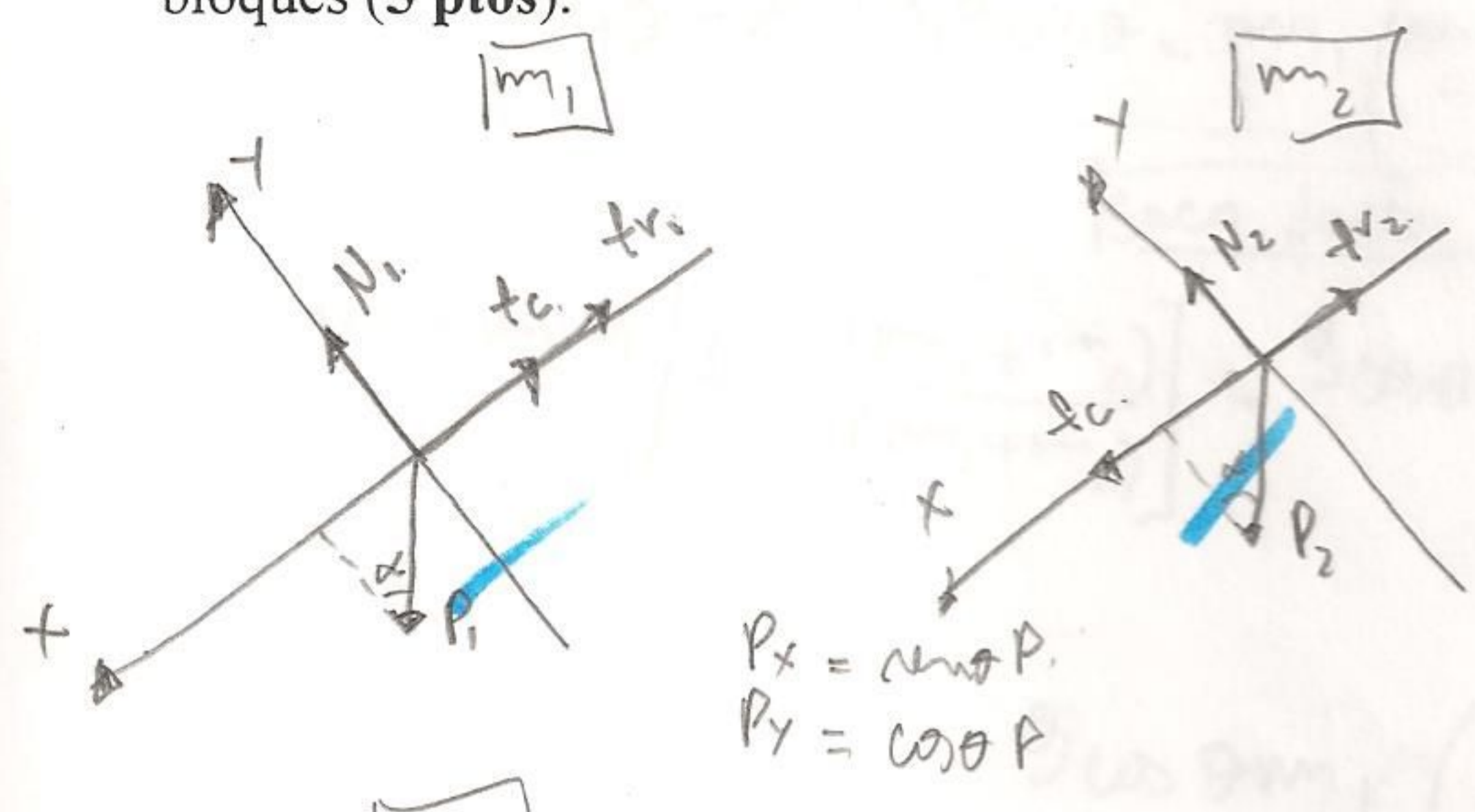
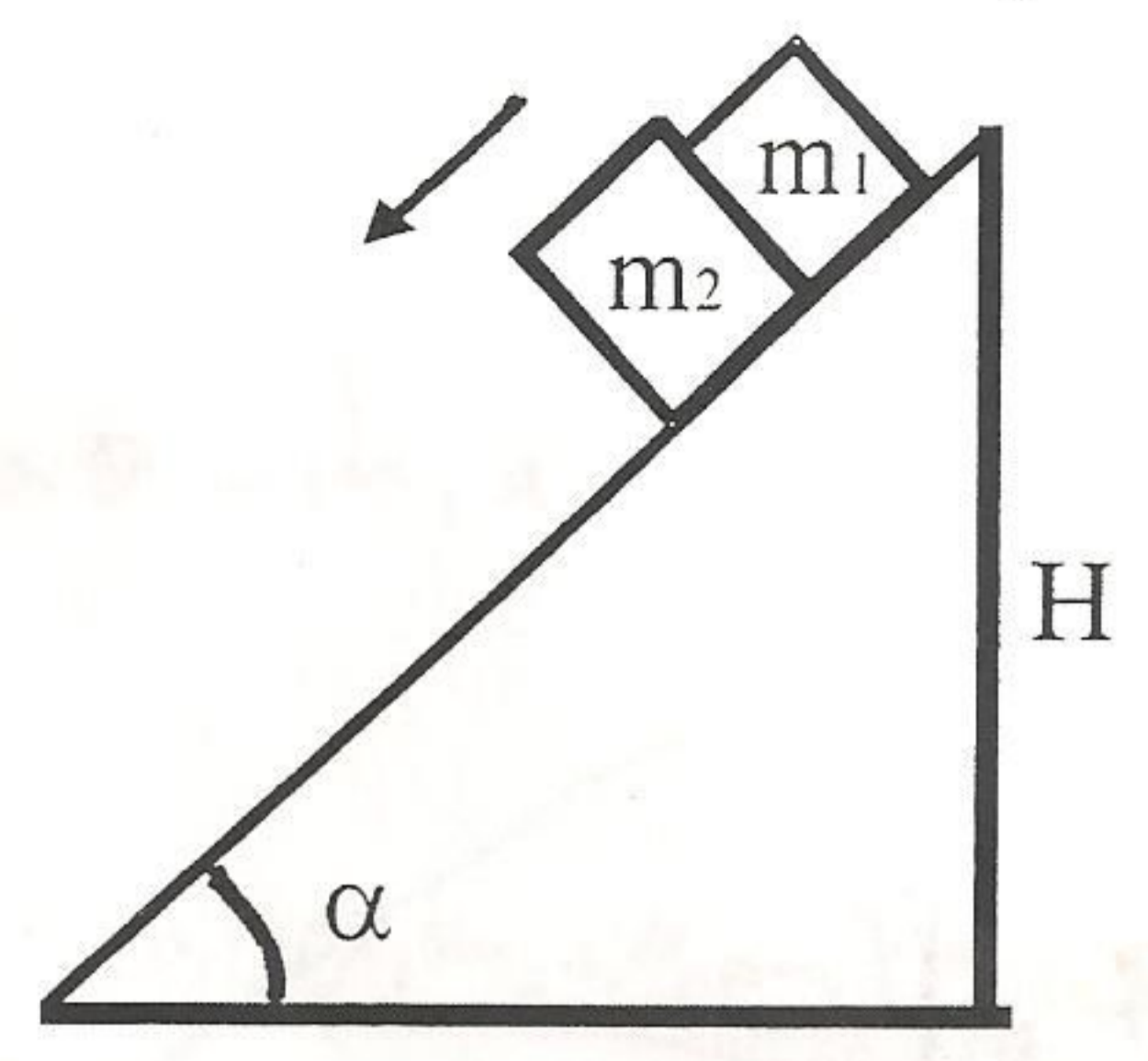
Handwritten calculation:

$\sqrt{2 \cdot 10^3} = 93 \text{ m/s} \cdot \frac{60 \text{ s}}{\text{min}} = 9 \text{ m/min}$

Handwritten calculation:

$\vec{V}_{\text{ret}} = \frac{1,2 \cdot 10^3 \text{ m}}{20} = 0,6 \cdot 10^2 = 60 \text{ m/min}$

11.- Dos bloques de masas  $m_1$  y  $m_2$  descienden por un plano inclinado (ángulo  $\alpha$ ) desde una altura inicial  $H$ . Los coeficientes de fricción dinámica de los bloques con el plano son  $\mu_{k1}$  y  $\mu_{k2}$  respectivamente, donde se cumple que  $\mu_{k2} > \mu_{k1}$ . Determinar: a) la fuerza de contacto entre los bloques (5 pts), y b) la aceleración de los bloques (5 pts).



10/10

$P_x = \text{sen} \theta P$   
 $P_y = \text{cos} \theta P$

$\Sigma f_x \equiv P_{x1} - f_c - f_{r1} = m_1 a$

$\Sigma f_y \equiv N_1 - P_{1y} = 0$

$\Sigma f_x \equiv P_{x2} + f_c - f_{r2} = m_2 a$

$\Sigma f_y \equiv N_2 - P_{2y} = 0$

①  $\text{sen} \theta P_1 - f_c - \mu N_1 = m_1 a$   
 $\text{sen} \theta m_1 g - f_c - \mu_1 m_1 g \text{cos} \theta = m_1 a$

②  $\text{sen} \theta P_2 + f_c - \mu_2 N_2 = m_2 a$   
 $\text{sen} \theta m_2 g + f_c - \mu_2 m_2 g \text{cos} \theta = m_2 a$

Sumo ① + ②

$\text{sen} \theta g (m_1 + m_2) - g \text{cos} \theta (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) = a (m_1 + m_2)$

③  $\rightarrow \frac{\text{sen} \theta g (m_1 + m_2) - g \text{cos} \theta (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)}{(m_1 + m_2)} = a$

Parte a en la otra hoja

Continuación parte b problema 11

tomo  $\square$  y sustituyo a.

$$\textcircled{1} \rightarrow m_1 g \sin \theta - f_c - \mu_1 m_1 g \cos \theta = m_1 a$$

$$m_1 g \sin \theta - \mu_1 m_1 g \cos \theta = m_1 \left[ \frac{m_1 g \sin \theta (m_1 + m_2) - g \cos \theta (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)}{(m_1 + m_2)} \right] = f_c$$

[saco factor común]

$$m_1 g \sin \theta \left[ 1 - \frac{(m_1 + m_2)}{(m_1 + m_2)} \right] - g \cos \theta m_1 \left[ \mu_1 - \frac{(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)}{(m_1 + m_2)} \right] = f_c$$

$$- g \cos \theta m_1 \left( \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2 - \mu_1 m_1 - \mu_2 m_2}{m_1 + m_2} \right) = f_c$$

$$- g \cos \theta m_1 \left( \frac{\mu_2 m_2 - \mu_2 m_2}{m_1 + m_2} \right) = f_c$$

$$\textcircled{a} \rightarrow \frac{g \cos \theta m_1 m_2 (\mu_2 - \mu_1)}{m_1 + m_2} = f_c$$

... Continuación Parte C  
problema 12

$m_1$

$$\sum x \equiv T_1 - f r_s = 0$$

$$\sum y \equiv N_1 - P_1 = 0$$

$$T_1 = f r_s$$

$$T_1 = \mu_s N_1$$

$$T_1 = \mu_s m_1 g$$

$$T_2 = 2T_1$$

$$\frac{m_2 g}{2} = \mu_s m_1 g$$

$$m_2 = 2\mu_s m_1$$

Valor  
mínimo de  
 $m_2$

$m_2$

$$\sum y \equiv P_2 - T_2 = 0$$

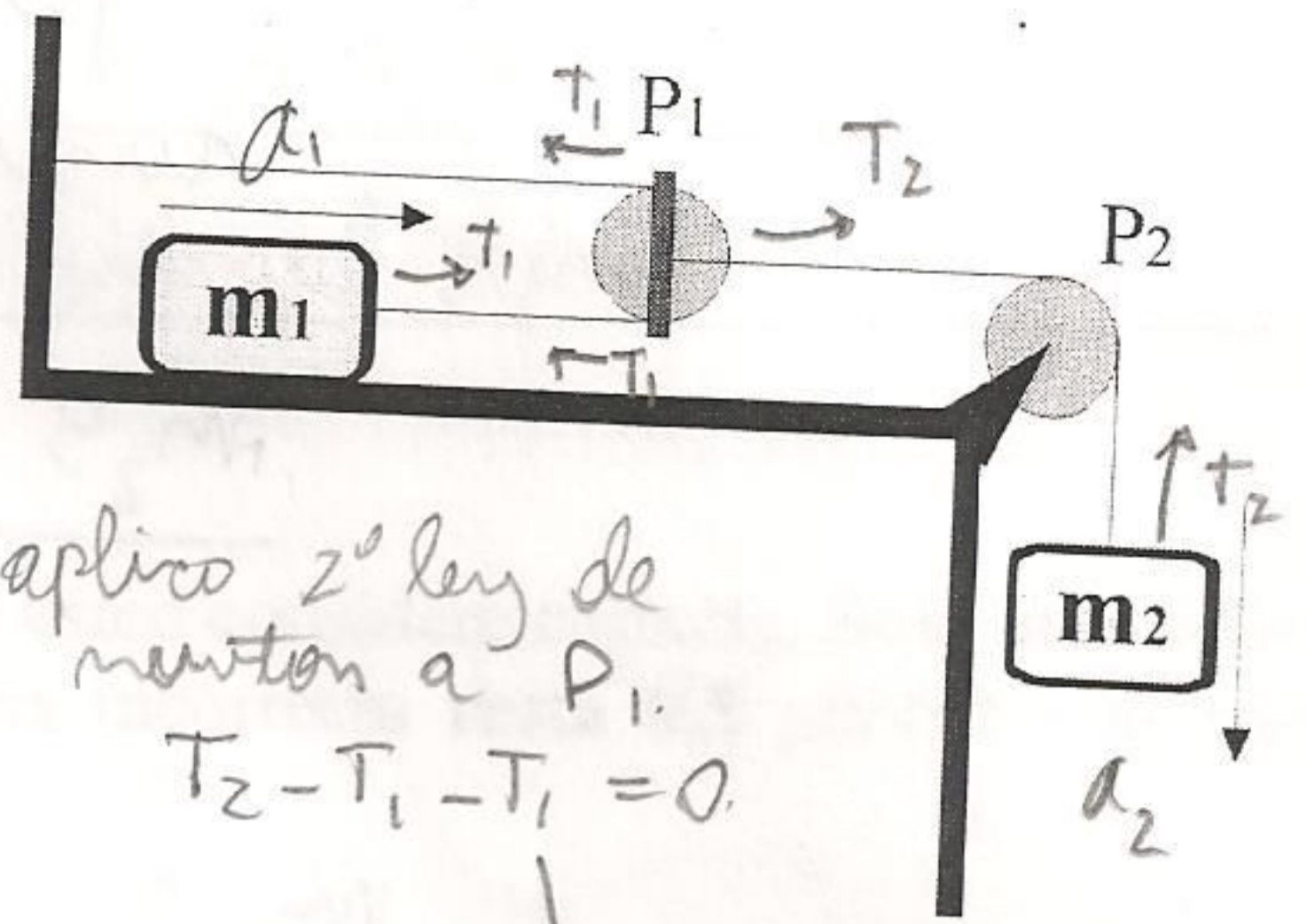
$$P_2 = T_2$$

$$m_2 g = T_2$$

N/N

12.- Un bloque de masa  $m_1$  que se encuentra sobre una mesa horizontal con fricción, se conecta a otro bloque de masa  $m_2$  por medio de dos poleas ideales  $P_1$  y  $P_2$ , como se muestra en la figura. Los coeficientes de fricción estático y dinámico entre  $m_1$  y la superficie de la mesa son  $\mu_s$  y  $\mu_k$  respectivamente. **Determine:**

- La aceleración de cada bloque, suponiendo que ambos ya están en movimiento (4 pts.)
- Las tensiones en las cuerdas (ideales). (4 pts.)
- Si  $m_1$  está inicialmente en reposo, ¿qué valor (mínimo) debe tener  $m_2$  para que  $m_1$  se mueva a velocidad constante? (2 pts.)



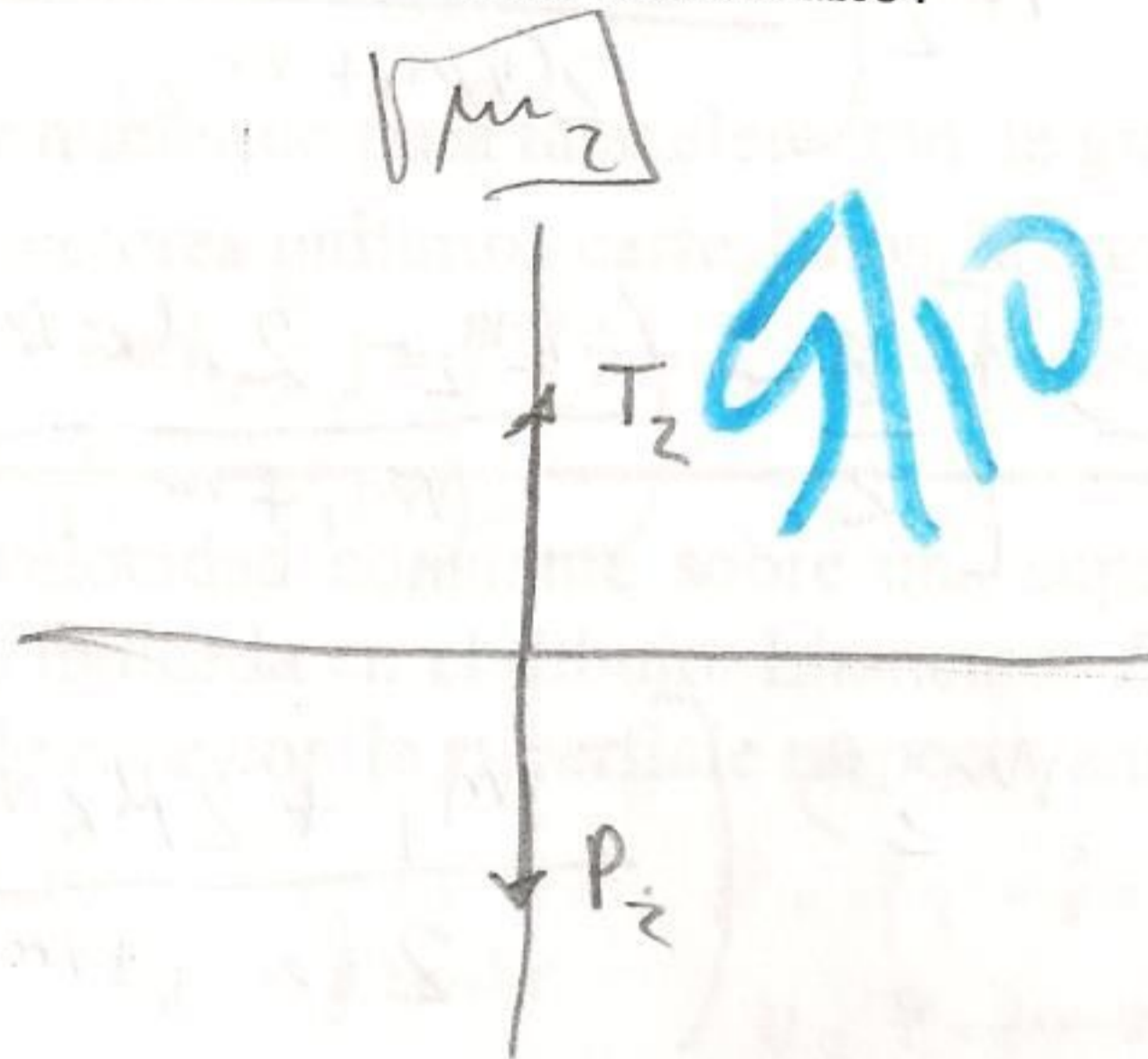
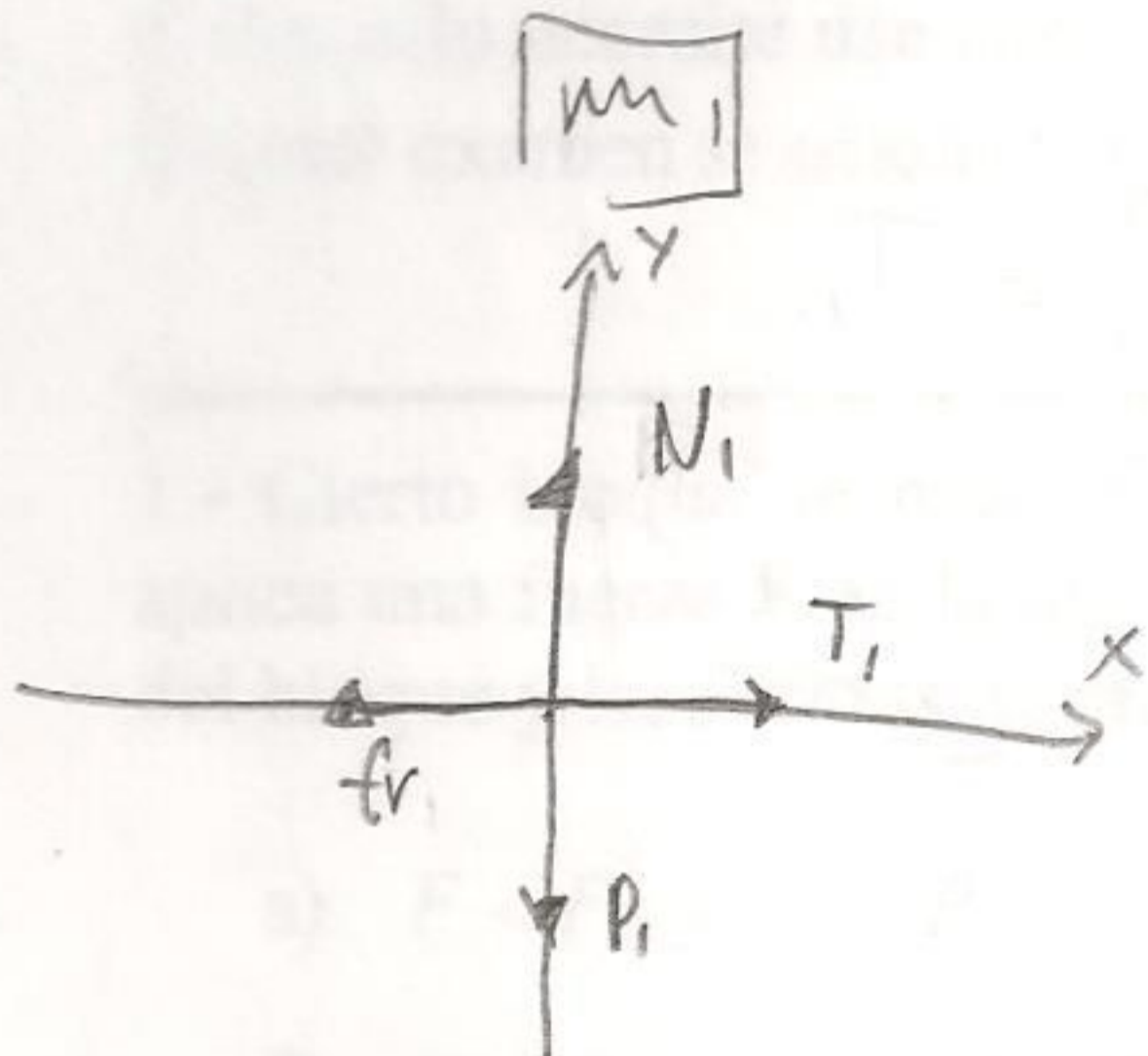
aplico 2º ley de Newton a  $P_1$ .  
 $T_2 - T_1 - T_1 = 0$

$$T_2 = 2T_1$$

$m_2$  se mueve  $\Delta x$  y  $m_1$  se va a mover  $\frac{\Delta x}{2}$  por lo tanto  $a_2 = 2a_1$

$$a_2 = 2a_1$$

$$a_1 = 2a_2$$



$$\Sigma x \equiv T_1 - f_{rc} = m_1 a_1$$

$$\Sigma y = N_1 - P_1 = 0$$

$$\Sigma y \equiv P_2 - T_2 = m_2 a_2$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2$$

$$m_2 g - 2T_1 = m_2 2a_1$$

$$\textcircled{1} \rightarrow \frac{m_2 g - m_2 2a_1}{2} = T_1$$

$$a_2 = 2a_1$$

$$a_2 = \frac{m_2 g - 2\mu_k m_1 g}{(m_1 + m_2)}$$

continúa en la parte de atrás →

$$\frac{m_2 g - 2\mu_k m_1 g}{2(m_1 + m_2)} = a_1$$

Sustituyo ↓

$$-\frac{m_2 2a_1 + m_2 g}{2} - \mu_k m_1 g = m_1 a_1$$

$$-m_2 2a_1 + m_2 g - 2\mu_k m_1 g = 2m_1 a_1$$

Para hallar  $T_1$   
sustituyo  $a_1$  en (1).

$$\frac{m_2 g - 2m_2 a_1}{2} = T_1$$

$$\frac{m_2 g}{2} - \frac{m_2}{2} \left( \frac{m_2 g - 2\mu_k m_1 g}{2(m_1 + m_2)} \right) = T_1$$

$$m_2 g \left[ \frac{1}{2} - \left( \frac{m_2 - 2\mu_k m_1}{2(m_1 + m_2)} \right) \right] = T_1$$

$$m_2 g \left( \frac{m_1 + 2\mu_k m_1}{2(m_1 + m_2)} \right) = T_1$$

$$\boxed{\frac{g m_1 m_2 (1 + 2\mu_k)}{2(m_1 + m_2)} = T_1}$$

$$T_2 = 2T_1$$

$$\boxed{T_2 = \frac{g m_1 m_2 (1 + 2\mu_k)}{(m_1 + m_2)}}$$

Parte c del problema  
en la hoja anterior